

פולינום כמכפלת גורמים ליניאריים

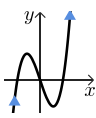
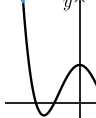
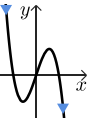
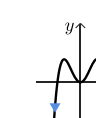
דף עבודה – שאלון 571

לאחר שתתחברו לחשבון שלכם, צפו בסרטון , וענו על השאלות הבאות:



חלק א'

תזכורת: התנהגות הפולינום ב- $\pm\infty$ תלויה במעריך החזקה הגבוהה ביותר (דרגת הפולינום) ובסימן של מקדם החזקה הגבוהה ביותר.

דרגת פולינום אי זוגית	דרגת פולינום זוגית	
		מקדם החזקה הגבוהה חיובי
		מקדם החזקה הגבוהה שלילי

1) בכל אחת מהטבלאות היעזרו ביישומון בראש הטבלה ומצאו מה משותף לפונקציות הנמצאות בטבלה בהקשר להתנהגות הפונקציות בקצוות.

היעזרו ביישומון והשלימו בטבלה הבאה		
כש: $x \rightarrow \infty$ הפונקציה תשאף	כש: $x \rightarrow -\infty$ הפונקציה תשאף	הפונקציה
		$y = -x^2$
		$y = -x^4 + 8x$
		$y = -x^6 - 5x^2 + 6$

היעזרו ביישומון והשלימו בטבלה הבאה		
כש: $x \rightarrow \infty$ הפונקציה תשאף	כש: $x \rightarrow -\infty$ הפונקציה תשאף	הפונקציה
		$y = x^2$
		$y = x^4 + 8 \cdot x$
		$y = x^6 - 5x^2 + 6$





היעזרו ביישומון והשלימו בטבלה הבאה		
כש: $x \rightarrow \infty$ הפונקציה תשאף	כש: $x \rightarrow -\infty$ הפונקציה תשאף	הפונקציה
		$y = -x^3$
		$y = -x^5 + 2x^2$
		$y = -x^7 - 3x^4 + x - 1$

היעזרו ביישומון והשלימו בטבלה הבאה		
כש: $x \rightarrow \infty$ הפונקציה תשאף	כש: $x \rightarrow -\infty$ הפונקציה תשאף	הפונקציה
		$y = x^3$
		$y = x^5 + 2x^2$
		$y = x^7 - 3x^4 + x - 1$

(2) השלימו את הטענות הבאות:

כאשר $x \rightarrow -\infty$	כאשר $x \rightarrow \infty$	
_____ ל $f(x)$ תשאף	_____ ל $f(x)$ תשאף	כאשר דרגת הפולינום <u>זוגית</u> ומקדם החזקה הגבוהה <u>חיובי</u>
_____ ל $f(x)$ תשאף	_____ ל $f(x)$ תשאף	כאשר דרגת הפולינום <u>זוגית</u> ומקדם החזקה הגבוהה <u>שלילי</u>
_____ ל $f(x)$ תשאף	_____ ל $f(x)$ תשאף	כאשר דרגת הפולינום <u>אי זוגית</u> ומקדם החזקה הגבוהה <u>חיובי</u>
_____ ל $f(x)$ תשאף	_____ ל $f(x)$ תשאף	כאשר דרגת הפולינום <u>אי זוגית</u> ומקדם החזקה הגבוהה <u>שלילי</u>

(3) לפניכם פונקציית פולינום, התאימו את הגרף לפונקציה:

$$f_1(x) = x^4 - 4 \cdot x^2 + 3 \quad (1) \quad f_2(x) = x^7 - 2 \cdot x^6 + 3 \cdot x \quad (2)$$

$$f_3(x) = -6 \cdot x^8 + 5 \cdot x^7 + 3 \cdot x^2 \quad (3) \quad f_4(x) = -x^3 + 2 \cdot x + 3 \quad (4)$$

גרף א	גרף ב	גרף ג	גרף ד

חלק ב'

תזכורת: כאשר פונקציית פולינום מוצגת כמכפלה של גורמים ליניאריים באופן הבא:

$$f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot \dots \cdot (x - x_n)$$

$$f(x) = 0 \text{ נקראים שורשי הפולינום (פתרונות המשוואה): } x_1, x_2, \dots, x_n$$

ריבוי של שורש - מספר פעמים שהשורש מופיע בפירוק לגורמים של הפולינום.

$$f(x) = (x - 1)(x - 3)^2(x + 5)^3 \text{ לדוגמה בפולינום:}$$

ריבוי השורש $x = 1$ הוא 1, ריבוי השורש $x = 3$ הוא 2, ריבוי השורש $x = -5$ הוא 3.



4) היעזרו ביישומון ופעלו עפ"י השלבים הבאים:

- השלימו בטבלה א' את ריבוי השורש $x = 1$ עבור כל אחת מהפונקציות.
- השלימו בטבלה ב' עבור כל אחד מהגרפים האם סביב נקודת האפס של הפונקציה הגרף חותך\משיק\חותך עם פיתול את ציר ה- x .
- מתחו קו בין הגרף לפונקציה המתאימה לו (בין טבלה א' לטבלה ב').

טבלה א':

הפונקציה	$y = (x-1)$	$y = (x-1)^2$	$y = (x-1)^3$	$y = -(x-1)^4$
ריבוי השורש $x = 1$				

טבלה ב':

הגרף	א	ב	ג	ד
חותך\משיק\חותך עם פיתול				

5) היעזרו במילים: זוגי, אי זוגי, אי זוגי גדול מ-1, והשלימו את הטענות הבאות:

- כשריבוי השורש הוא _____ הפונקציה **מחליפה** את סימנה סביב נקודת האפס.
- כשריבוי השורש הוא _____ הפונקציה **לא מחליפה** את סימנה סביב נקודת האפס (הגרף משיק לציר ה- x).
- כשריבוי השורש הוא _____ הפונקציה **מחליפה** את סימנה סביב נקודת האפס **עם נקודת פיתול**.

6) היעזרו ביישומון ומתחו קו בין הגרף לפונקציה המתאימה לו.



$$f_1(x) = (x+1)$$

$$f_5(x) = (x+1) \cdot (x-2)^2$$

$$f_2(x) = (x+1) \cdot (x-2)$$

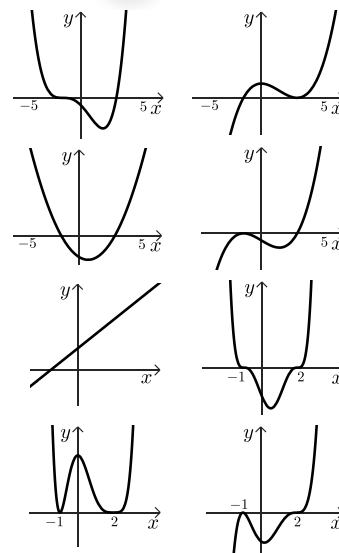
$$f_6(x) = (x+1)^3 \cdot (x-2)^3$$

$$f_3(x) = (x+1)^2 \cdot (x-2)$$

$$f_7(x) = (x+1)^2 \cdot (x-2)^4$$

$$f_4(x) = (x+1)^3 \cdot (x-2)$$

$$f_8(x) = (x+1)^2 \cdot (x-2)^3$$



סיכום הנושא - סרטוט גרף פולינום ע"פ ריבוי השורשים והתנהגות באינסוף

שלבים בסרטוט גרף פונקציית פולינום:

- מפרקים את הפולינום לגורמים
- מוצאים את שורשי הפולינום (נקודות האפס)
- קובעים את הריבוי של כל שורש

- קובעים אם דרגת הפולינום (החזקה הגבוהה ביותר) היא זוגית/אי זוגית
- קובעים את סימן המקדם של החזקה הגבוהה ביותר (חיובי/שלילי)

משרטטים את גרף הפונקציה סביב נקודות האפס ע"פ הטבלה

משרטטים את גרף הפונקציה בקצוות ע"פ הטבלה

צורת הגרף	התנהגות סביב השורש	
	גרף הפונקציה חותך את ציר ה-x	ריבוי שורש 1
	גרף הפונקציה משיק לציר ה-x	ריבוי שורש זוגי
	גרף הפונקציה חותך את ציר ה-x עם פיתול	ריבועי שורש אי-זוגי (גדול מ-1)

דרגת פולינום זוגית	דרגת פולינום אי זוגית	
		מקדם החזקה הגבוהה חיובי
		מקדם החזקה הגבוהה שלילי

7 השלימו את הטבלה הבאה:

סקיצה של גרף הפונקציה	שורשי הפולינום והריבוי	סימן מקדם החזקה הגבוהה ביותר	דרגת הפולינום	
	שורש: ____ ריבוי: ____ שורש: ____ ריבוי: ____			$f_1(x) = x^3 - 4x^2$
	שורש: ____ ריבוי: ____ שורש: ____ ריבוי: ____ שורש: ____ ריבוי: ____			$f_2(x) = -x^4 + 16x^2$
	שורש: ____ ריבוי: ____ שורש: ____ ריבוי: ____ שורש: ____ ריבוי: ____			$f_3(x) = -x^5 + 9x^3$
	שורש: ____ ריבוי: ____ שורש: ____ ריבוי: ____			$f_4(x) = x(x-1)^2$
	שורש: ____ ריבוי: ____ שורש: ____ ריבוי: ____ שורש: ____ ריבוי: ____			$f_5(x) = (x+1)^4(x+3)(x-1)^3$

תשובות סופיות:

(1) להלן הפתרונות בטבלאות:

הפונקציה	כש: $x \rightarrow -\infty$ הפונקציה תשאף	כש: $x \rightarrow \infty$ הפונקציה תשאף
$y = -x^2$	$-\infty$	$-\infty$
$y = -x^2 + 8 \cdot x$	$-\infty$	$-\infty$
$y = -x^2 - 5 \cdot x + 6$	$-\infty$	$-\infty$

הפונקציה	כש: $x \rightarrow -\infty$ הפונקציה תשאף	כש: $x \rightarrow \infty$ הפונקציה תשאף
$y = x^2$	∞	∞
$y = x^2 + 8 \cdot x$	∞	∞
$y = x^2 - 5 \cdot x + 6$	∞	∞

הפונקציה	כש: $x \rightarrow -\infty$ הפונקציה תשאף	כש: $x \rightarrow \infty$ הפונקציה תשאף
$y = -x^3$	∞	$-\infty$
$y = -x^3 + 2 \cdot x^2$	∞	$-\infty$
$y = -x^3 - 3 \cdot x^2 + x - 1$	∞	$-\infty$

הפונקציה	כש: $x \rightarrow -\infty$ הפונקציה תשאף	כש: $x \rightarrow \infty$ הפונקציה תשאף
$y = x^3$	$-\infty$	∞
$y = x^3 + 2 \cdot x^2$	$-\infty$	∞
$y = x^3 - 3 \cdot x^2 + x - 1$	$-\infty$	∞

(2) להלן הפתרון בטבלה:

כאשר $x \rightarrow -\infty$	כאשר $x \rightarrow \infty$	
$f(x)$ תשאף ל- ∞	$f(x)$ תשאף ל- ∞	כאשר דרגת הפולינום <u>זוגית</u> ומקדם החזקה הגבוהה <u>חיובי</u>
$f(x)$ תשאף ל- $-\infty$	$f(x)$ תשאף ל- $-\infty$	כאשר דרגת הפולינום <u>זוגית</u> ומקדם החזקה הגבוהה <u>שלילי</u>
$f(x)$ תשאף ל- $-\infty$	$f(x)$ תשאף ל- ∞	כאשר דרגת הפולינום <u>אי זוגית</u> ומקדם החזקה הגבוהה <u>חיובי</u>
$f(x)$ תשאף ל- ∞	$f(x)$ תשאף ל- $-\infty$	כאשר דרגת הפולינום <u>אי זוגית</u> ומקדם החזקה הגבוהה <u>שלילי</u>

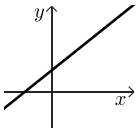
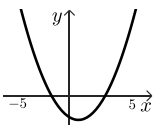
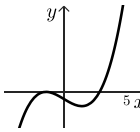
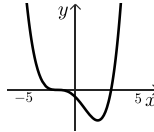
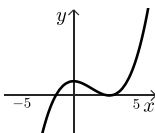
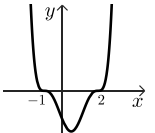
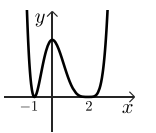
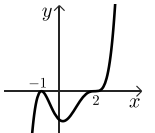
(3) גרף א: f_1 גרף ב: f_3 גרף ג: f_4 גרף ד: f_2 .

(4) $y = (x-1)$: ריבוי 1, גרף ג, חותך. $y = (x-1)^2$: ריבוי 2, גרף ד, משיק.

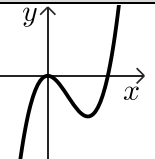
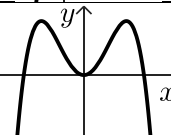
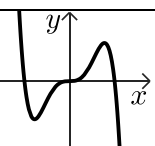
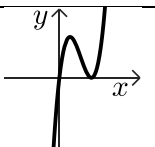
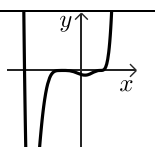
$y = (x-1)^3$: ריבוי 3, גרף ב, חותך עם פיתול. $y = -(x-1)^4$: ריבוי 4, גרף א, משיק.

(5) א. אי זוגי. ב. זוגי. ג. אי זוגי גדול מאחד.

6 להלן הפתרונות בטבלה:

$f_1(x) = (x+1)$	$f_2(x) = (x+1) \cdot (x-2)$	$f_3(x) = (x+1)^2 \cdot (x-2)$	$f_4(x) = (x+1)^3 \cdot (x-2)$
			
$f_5(x) = (x+1) \cdot (x-2)^2$	$f_6(x) = (x+1)^3 \cdot (x-2)^3$	$f_7(x) = (x+1)^2 \cdot (x-2)^4$	$f_8(x) = (x+1)^2 \cdot (x-2)^3$
			

7 להלן הפתרונות בטבלה:

סקיצה של גרף הפונקציה	שורשי הפולינום והריבוי של כל שורש	סימן מקדם החזקה הגבוהה ביותר	דרגת הפולינום	
	השורש 0 ריבוי השורש 2 השורש 4 ריבוי השורש 1	חיובי	3	$f_1(x) = x^3 - 4x^2$
	השורש 0 ריבוי השורש 2 השורש 4 ריבוי השורש 1 השורש (-4) ריבוי השורש 1	שלילי	4	$f_2(x) = -x^4 + 16x^2$
	השורש 0 ריבוי השורש 3 השורש 3 ריבוי השורש 1 השורש (-3) ריבוי השורש 1	שלילי	5	$f_3(x) = -x^5 + 9x^3$
	השורש 0 ריבוי השורש 1 השורש 1 ריבוי השורש 2	חיובי	3	$f_4(x) = x(x-1)^2$
	השורש (-1) ריבוי השורש 4 השורש (-3) ריבוי השורש 1 השורש 1 ריבוי השורש 3	חיובי	8	$f_5(x) = (x+1)^4(x+3)(x-1)^3$